الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

بكالوريا تدريبية رقم 01 — ثانوية راشدي محمد ـسيدي معروف

الشعبة: علوم تجريبية. — الموسم الدراسي: 2024-2025

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا + 03 سا

على المترشح أن يجيب على كلا الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل:

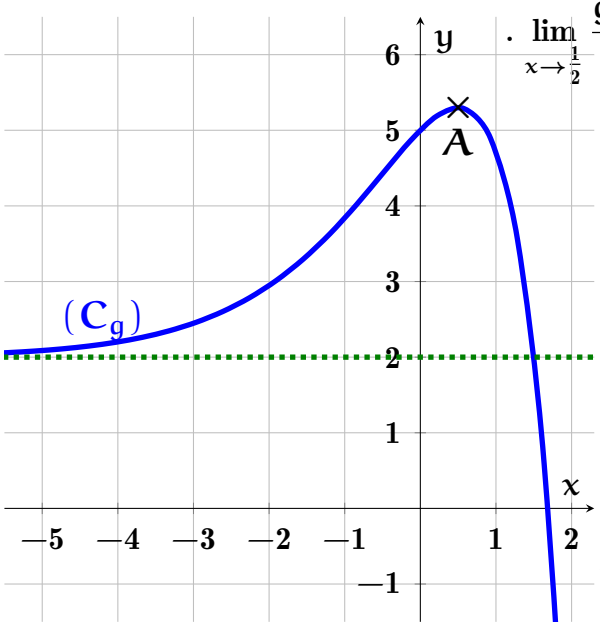
التمرين الأول: (04 نقاط)

لكل حالة مما يأتي خيار واحد صحيح، حدّده مع التعليل:

	(أ)	(ب)	(جـ)
(1) حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $\ln x\left[1+\ln x-\frac{2}{\ln x}\right]=0$ هي:	$S=\{e^{-2};e\}$	$S=\{1;e\}$	$S=\{e^{-2};1;e\}$
(2) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{xe^x}$. عبارة دالتها المشتقة هي:	$f'(x)=e^{xe^x}$	$f'(x)=(x+1)e^{x(1+e^x)}$	$f'(x)=(x+1)e^{(x+1)e^x}$
(3) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x\ln x$:	يقبل مماسا وحيدا يشمل النقطة $O(0;0)$	يقبل مماسين يشملان النقطة $O(0;0)$	لا يقبل أي مماس يشمل النقطة $O(0;0)$
(4) نضع من أجل a عدد حقيقي موجب تماما: $I=e^{\ln a+2025\ln\left(\frac{1}{a}\right)}$. إذن:	$I=-a^{2024}$	$I=\left(\frac{1}{a}\right)^{2024}$	$I=2024$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

I/ (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^x+c$ ، والنقطة $A(\frac{1}{2};g(\frac{1}{2}))$ ذروة له .



1/ بقراءة بيانية عين: $g(0)$ ، $\lim_{x\to-\infty}g(x)$ و $\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{g(x)-g(\frac{1}{2})}{x-\frac{1}{2}}$.

2/ بيّن أن $a=-2$ و $b=3$ و $c=2$.

3/ لتكن α هي فاصلة نقطة تقاطع (C_g) مع حامل محور الفواصل. تحقق أن $1.68<\alpha<1.69$.

4/ عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $\mathbb{R}$.

II/ نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{e^x+4x-1}{e^x+1}$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ ثم $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا.

2/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3/ ا/ أثبت أن $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ وأعط حصرا للعدد $f(\alpha)$ ، ثم أنشئ (C_f) .

ب/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشترة حلول المعادلة $me^x - 4x + m + 2 = 0$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن f دالة معرفة وقابلة للإشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$. الجدول الموالي يمثّل تغيرات دالتها المشتقة f' على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	0 ↗	1 ↘	0

1/ عيّن إشارة $f'(x)$ ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f .

2/ علما أن $f(-\frac{1}{2}) = 0$ وأن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ؛ حدّد إشارة $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $f(-x)$.

3/ ا/ أكتب معادلة المماس لـ (C) منحنى الدالة f عند النقطة $A(\frac{1}{2};-1)$.

ب/ ماذا تمثل النقطة A بالنسبة لـ (C) ؟ علّل.

4/ أُدرس إتجاه تغير الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (f(-x))^2$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I/ لتكن g و h الدالتين المعرفتين على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x - 1 - \ln x$ و $h(x) = x + (x-2)\ln x$.

1/ ا/ أُدرس تغيرات الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب/ حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0;+\infty[$.

2/ ا/ تحقق أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $h(x) = 1 + g(x) + (x-1)\ln x$.

ب/ بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $(x-1)\ln x \geq 0$.

ج/ استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x من $]0;+\infty[$.

II/ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 + x\ln x - (\ln x)^2$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ ا/ أُحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا.

ب/ تحقق أن: $f(x) = 1 + x\ln x\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$ ثم أُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x) = \frac{h(x)}{x}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3/ ا/ أُكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(1;1)$.

ب/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f(x) - x = (-1 + \ln x)g(x)$.

ج/ أُدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) .

4/ ا/ بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0.4 < \alpha < 0.5$.

ب/ أنشئ كلا من (T) و (C_f) .

انتهى الموضوع الأوّل.

الموضوع الثّاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

أذكر إن كانت كل حالة من الحالات التالية صحيحة أم خاطئة مع التعليل:

1/ إذا علمت أن: $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}^{>}} f(x) = -\infty$ وأن $\lim\limits_{x \to \frac{2}{3}^{<}} f(x) = +\infty$ فإن: $\lim\limits_{x \to \frac{3}{2}^{>}} f\left(\frac{1}{x}\right) = +\infty$.

2/ إذا كان $S = \ln(2) + \ln\left(\frac{3}{2}\right) + \ln\left(\frac{4}{3}\right) + \cdots + \ln\left(\frac{2025}{2024}\right)$ فإن : $e^S = 2024$.

3/ إذا كانت f و g دالتان تحققان: $f(x) = g(\ln\sqrt{x})$ و $g'(x) = e^{3x}$ فإن : $f'(x) = \frac{3\sqrt{x}}{2x}$.

4/ حلول المتراجحة $\ln(x+1) + \ln(3-x) \leq \ln(2x+1) + \ln 3$ في $\mathbb{R}$ هي المجال: $]0;3[$.

5/ إذا كانت الدالة f المعرفة والقابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ دالة فردية، فإن f' دالتها المشتقة على $\mathbb{R}$ دالة زوجية.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

I/ إليك جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = ax + b + c\ln x$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية.
التمثيل البياني للدالة g يقبل مماسا معادلة له: $y = -3x + 5$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

x	0		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(\frac{5}{2})$	↗	$+\infty$

1/ $g(1)$ ، $g'(1)$ و $\lim\limits_{x \to \frac{5}{2}} \frac{g(x) - g(\frac{5}{2})}{x - \frac{5}{2}}$.

2/ بيّن أن $a = 2$ و $b = 0$ و $c = -5$.

3/ أحسب $g(\frac{5}{2})$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]0;+\infty[$.

II/ نعتبر f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x\ln x - \frac{7}{4}(\ln x)^2$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أحسب $\lim\limits_{x \to 0^{>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وفسّر النتائج هندسيا.

2/ ا/ بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x) + 2(x-1)\ln x}{x}$.

ب/ أُدرس إشارة $(x-1)\ln x$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

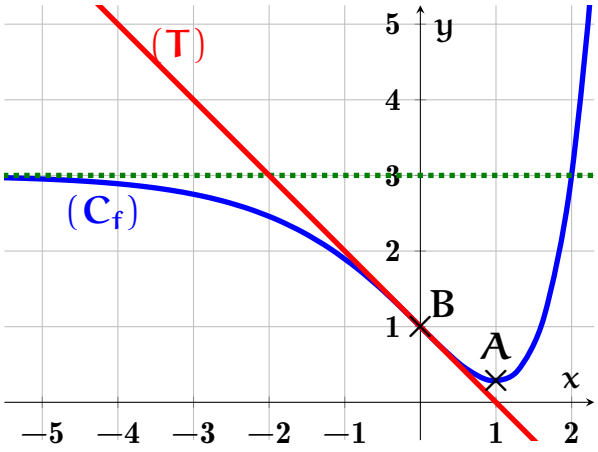
3/ ا/ أُكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب/ بين أن (C_f) يقبل مماسا (T') موازيا لـ (T) ، يُطلب تعيين معادلة له.

4/ ا/ أُحسب $f(7)$ ثم أنشئ (T) ، (T') و (C_f) .

ب/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = x - m$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)



f دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ، و (C_f) منحناها البياني الموضح في الشكل المقابل، حيث النقطة $A(1;3-e)$ ذروة له ، و (T) المماس له عند النقطة $B(0;1)$.

1/ شكّل جدول تغير ات الدالة f مبيّنا إشارة مشتقتها.

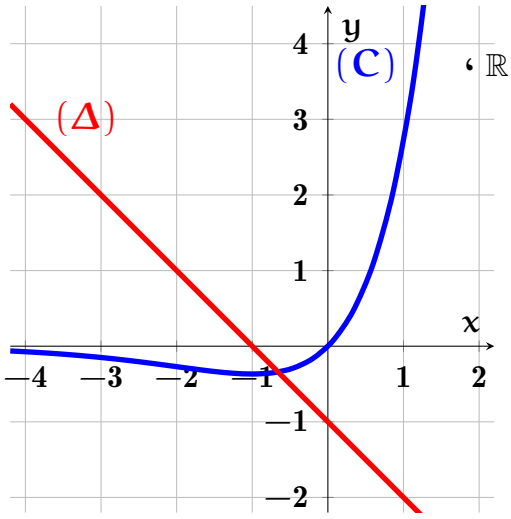
2/ حدّد إشارة $f(x)$ ثم استنتج إشارة $f(-x)$.

3/ ا/ أكتب معادلة للمماس (T) .

ب/ ماذا تمثل النقطة A بالنسبة لـ (C_f) ؟ علّل.

4/ أدرس إتجاه تغير الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\dfrac{1}{f(-x)}$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)



I/ في الشكل المقابل: (C) هو التمثيل البياني للدالة: $x \longmapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$ ،
(Δ) المستقيم ذو معادلة $y=-x-1$ ،
و α هي فاصلة نقطة تقاطع (C) و (Δ) .

1/ بقراءة بيانية حدّد وضعية (C) بالنسبة (Δ) .

2/ لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x+1+xe^x$.

ا/ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

ب/ تحقق أن $-0.7 < \alpha < -0.6$.

II/ نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{e^x-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا.

2/ ا/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{(1-x)g(x)}{(e^x-x)^2}$.

ب/ استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3/ بيّن أن المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $-\infty$.

4/ h و k الدالتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=1+(x+1)e^x$ و $k(x)=e^x-x$.

ا/ أدرس إتجاه تغير كل من الدالتين h و k ثم استنتج إشارة كل من $h(x)$ و $k(x)$ حسب قيم x من $\mathbb{R}$.

ب/ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

5/ ا/ بيّن أن $f(\alpha)=-\alpha$ ، أحسب $f(0)$ ثم أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .

ب/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=e^m$.

انتهى الموضوع الثاني.